2023\_“舒威杯”

**问题D:洗衣清洁的数学**

洗衣服是人们每天都要做的事情。洗衣液的去污功能来源于一些表面活性剂类化学物质。它们可以增加水的渗透性，并利用分子间静电排斥机制来去除灰尘颗粒。由于表面活性剂分子的形式，洗衣液可以发挥其双重功能。表面活性剂分子的一端是亲脂性的，吸附污垢排斥水，另一端是亲水性的，吸附水分子。当将洗衣剂倒入水中时，表面活性剂分子的亲脂部分会强烈地粘附在任何未充满水的表面上，例如被洗涤的物体表面(由于物体或织物表面)。同时亲水部分排斥油性物质。它削弱了维持水分子结合的分子间力(使水像被包裹在弹性膜中一样形成水滴的力)，允许单个分子渗透到待清洁物体的表面和污垢颗粒之间。因此，可以说表面活性剂降低了水的表面张力。洗衣机的机械作用或手动摩擦会导致表面上被表面活性剂分子包围的污垢颗粒被去除，污垢颗粒附着在表面活性剂的亲脂部分

分子。这使得仍然悬浮在物体表面的污垢颗粒在漂洗阶段被去除。

在实践中，从小规模的家庭经营到酒店、专门机构的专业经营，需要考虑的问题是:如何以较低的成本让洗衣房干净整洁？这个看似简单的人生问题，却蕴含着深刻的数学原理。请开发一个适当的数学模型来解决以下问题:

1. 一件附着污垢的衣服，如果给定污垢量和可利用水量，第k次洗涤时污垢在水中的溶解度为ak，其中a1 =0.80，ak=0.5ak-1，k =2，3，L，在不考虑其他因素的情况下，清洗的最佳方法是什么？给出关于洗涤次数和每次用水量的最佳解决方案，并讨论ak、初始污垢量和目标可用水量的影响。

两个重点：①洗涤次数 ②用水量 根据王一迪整理出来的公式，代入函数公式求值并生成图片。  
2.假设每次洗涤所用时间相同，可用水量没有限制，在其他条件与问题1类似的情况下，最终污垢残留应不超过初始污垢量的千分之一。提供最省时的清洁方案，分析a和初始污物量对最优方案的影响。  
3.有几件衣服上的污垢类型和数量如表1所示。现有十种洗涤剂，  
各种洗涤剂对污垢的溶解度，以及洗涤剂的单价见表2。如果水的成本是每吨3.8元，试着既节约成本又给出一个好的清洗方案。  
4.有几种不同材料的衣服，每种衣服上的污垢类型和数量如表3所示。考虑到材质、颜色等方面的差异，有些衣服不能混洗，如表4所示。在与问题2相同的条件下，尝试提供一个经济高效的清洁计划。  
注:本次比赛仅考虑常规水洗方式。  
术语定义:  
1.溶解度ak:表示在第k次洗涤过程中，等量洗涤剂溶解的污垢相对于初始污垢量的比例。  
2.初始污垢量:表示清洗前衣物上的污垢量，单位为克。